

$$\underline{A} \wedge \underline{B} = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ 0 & 1 & 1 \\ 6 & -3 & 4 \end{vmatrix} = 7\underline{i} + 6\underline{j} - 6\underline{k} \quad - 1$$

$$\therefore |\underline{A} \wedge \underline{B}| = \sqrt{49 + 36 + 36} = 11$$

وحيث أن  $\underline{A} \wedge \underline{B}$  عمودي على كل من  $\underline{A}, \underline{B}$

∴ وحدة المتجه العمودي المطلوب هو

$$\frac{\underline{A} \wedge \underline{B}}{|\underline{A} \wedge \underline{B}|} = \frac{7}{11}\underline{i} + \frac{6}{11}\underline{j} - \frac{6}{11}\underline{k}$$

$$\cos \theta = \frac{\underline{A} \cdot \underline{B}}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2} \times \sqrt{61}} \quad \text{الزاوية بين المتجهين}$$

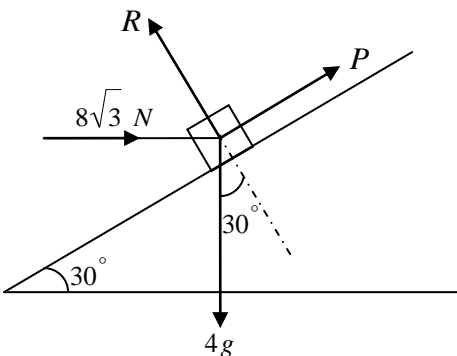
$$\theta = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{122}}$$

2- حجم متوازي السطوح

$$\underline{A} \cdot (\underline{B} \wedge \underline{C}) = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & -2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix} = +10 + 5 + 10 = 25$$

اجابة السؤال الثاني

نفرض أن رد فعل المستوى على الجسم هو  $R$  من شروط الاتزان في اتجاه المستوى نجد أن



$$4g \sin 30^\circ = 8\sqrt{3} \cos 30^\circ + P$$

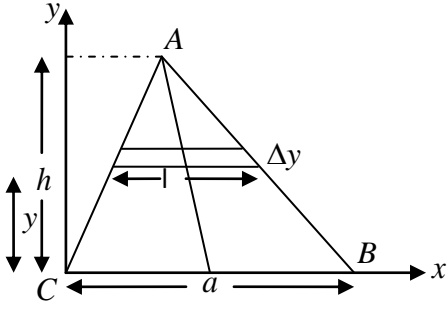
$$4g \times (1/2) = 8\sqrt{3} \times (\sqrt{3}/2) + P$$

$$\therefore P = 2g - 12 = 2 \times 9.81 - 12 = 7.6 \text{ N}$$

بالتحليل في الاتجاه العمودي على المستوى نجد أن

$$\begin{aligned} R &= 4g \cos 30^\circ + 8\sqrt{3} \sin 30^\circ \\ &= 4g \times (\sqrt{3}/2) + 8\sqrt{3} \times (1/2) \\ &= 2g\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 40.87 \text{ N} \end{aligned}$$

اجابة السؤال الثالث



1- نقسم المثلث إلى العناصر

الناجمة من رسم المستقيمات

المتوازية والموازية إلى

قاعدته ولنعتبر أحد هذه العناصر طوله  $l$  وعرضه

$\Delta y$  واضح أن مركز ثقله يقع في منتصفه وبالتالي فإن مركز ثقل الصفيحة المثلثية يقع على المستقيم المتوسط للمثلث المار بالرأس  $A$  ويكفي معرفة النسبة التي يقسم بها مركز ثقل المثلث هذا المستقيم لنفترض أن هذا العنصر يبعد عن القاعدة بقدر  $y$

∴ وزن العنصر هو  $\rho x \Delta y$  حيث  $\rho$  وزن وحدة المساحات • مركز ثقل المثلث  $(\bar{x}, \bar{y})$  ومركز ثقل العنصر  $(x, y)$

$$\therefore \bar{y} = \frac{\int y \rho l dy}{\int \rho l dy}$$

ولكن من هندسة الشكل  $\frac{l}{a} = \frac{h-y}{h} \Rightarrow \therefore l = \frac{a(h-y)}{h}$

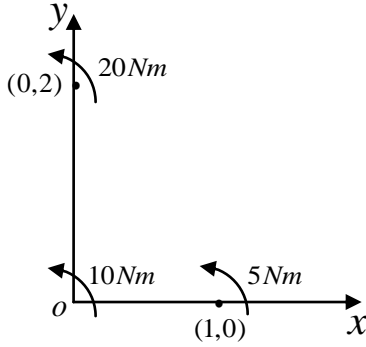
$$\therefore \bar{y} = \frac{\int_0^h y(h-y) dy}{\int_0^h (h-y) dy} = \frac{\left| \frac{hy^2}{2} - \frac{y^3}{3} \right|_0^h}{\left| hy - \frac{y^2}{2} \right|_0^h} = \frac{h^3 \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right)}{h^2 \left( 1 - \frac{1}{2} \right)} = \frac{h}{3}$$

2- نفرض أن مجموعة القوى تكافئ قوة  $R$  تمر بنقطة  $o$  وازدواج عزمه  $M_o$ . إذن المجموع الجبري لعزوم القوى حول أية نقطة أخرى  $A(x, y)$

$$M_A = M_o - xR_y + yR_x \quad \text{تعطى من العلاقة}$$

$$M_o = 10 \quad (1) \quad \text{عند النقطة } (0,0)$$

عند النقطة  $(1,0)$  العزوم تساوي  $5 Nm$



$$\therefore M_o - R_y = 5 \quad (2)$$

عند النقطة  $(0,2)$  العزوم تساوي  $20 Nm$

$$\therefore M_o + 2R_x = 20 \quad (3)$$

بحل هذه المعادلات الثلاثة نحصل على

$$M_o = 10 Nm \quad , \quad R_x = 5 N \quad , \quad R_y = 5 N$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} N = 5\sqrt{2} N$$

وتصنع زاوية  $\theta$  مع  $ox$  حيث

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x} = 1 \Rightarrow \therefore \theta = 45^\circ$$

أما معادلة خط عمل المحصلة نحصل عليها من المعادلة

$$M_o - xR_y + yR_x = 0$$

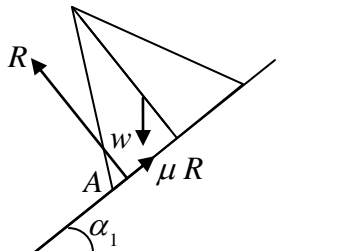
$$\therefore 10 - 5x + 5y = 0 \quad \text{i.e.} \quad x - y - 2 = 0$$

اجابة السؤال الرابع

نفرض أن  $\alpha_1$  هي الزاوية التي يصنعها المستوى مع الأفقي عندما

يكون المخروط على وشك الانزلاق

وتصبح القوى المؤثرة في هذه الحالة كما في شكل (1) هي



شكل (1)

1- قوة الاحتكاك  $\mu R$  2- رد فعل المستوى  $R$  3- وزن المخروط  $w$

المخروط على وشك الانزلاق إذن يكون في حالة اتزان

$$\therefore w \cos \alpha_1 = R, \quad w \sin \alpha_1 = \mu R$$

$$\therefore \tan \alpha_1 = \mu$$

نفرض أن  $\alpha_2$  هي الزاوية التي

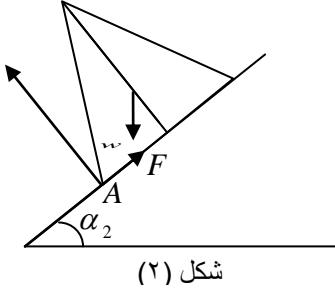
يصنعها المستوى مع الأفقي عندما

يكون المخروط على وشك الانقلاب

حول النقطة  $A$  وتصبح القوى

المؤثرة في هذه الحالة كما في

شكل (2) بأخذ العزوم حول  $A$



شكل (2)

$$\frac{1}{4} h w \sin \alpha_2 = a w \cos \alpha_2$$

$$\therefore \tan \alpha_2 = 4a/h \quad (2)$$

يختل ميل المستوى بالانزلاق وليس بالانقلاب إذا وصل ميل المستوى إلى الزاوية  $\alpha_1$  أولاً وهذا يتحقق إذا كانت  $\mu < 4a/h$  أما إذا كانت  $\mu > 4a/h$  فإن الاتزان يختل بالانقلاب حول  $A$  عندما تصبح الزاوية التي يصنعها المستوى مع الأفقي مساوية للزاوية  $\alpha_2$

انتهت الاجابة

د. منى الدريني



